

## Проект «Математическая вертикаль»

Вступительная диагностическая работа для поступающих в 7 класс.

24 августа 2020 года

- Было предложено 12 заданий на 90 минут.
- Максимальный балл за работу – 17 баллов.
- Задания можно было выполнять в любом порядке.
- Сдать необходимо только ответ.
- Участнику по каждой задаче выпадал один из предложенных пунктов.

**Задача 1. а) (1 балл) Вычислите:**  $\frac{19}{28} : (3\frac{5}{6} - 2\frac{13}{14})$ .

**Ответ:**  $0.75 = \frac{3}{4}$

**б) (1 балл) Вычислите:**  $\frac{5}{12} : (1\frac{9}{16} - \frac{5}{6})$ .

**Ответ:**  $4/7$

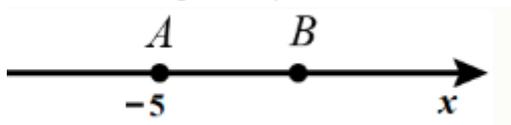
**в) (1 балл) Вычислите:**  $\frac{43}{90} : (2\frac{13}{20} - 1\frac{14}{15})$ .

**Ответ:**  $2/3$

**г) (1 балл) Вычислите:**  $\frac{13}{48} : (1\frac{5}{12} - \frac{7}{8})$

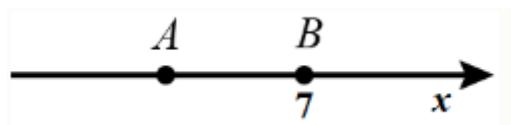
**Ответ:**  $0.5 = \frac{1}{2}$ .

**Задача 2. а) (1 балл)** На чертеже изображены точки А и В. Треть расстояния между ними равна 7. Найдите координату точки В.



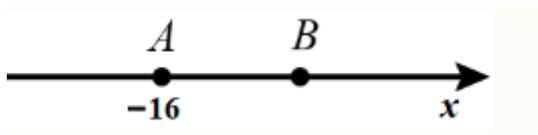
**Ответ:** 16

**б) (1 балл)** На чертеже изображены точки А и В. Четверть расстояния между ними равна 4. Найдите координату точки А.



**Ответ:** -9

в) (1 балл) На чертеже изображены точки А и В. Треть расстояния между ними равна 5. Найдите координату точки В.



Ответ: -1.

**Задача 3. а) (1 балл)** Малыш и Карлсон делили торт. Малышу досталось меньше половины. Массы съеденных кусков относились как 9:11. Найдите массу куска, съеденного Малышом, если весь торт весил 1,1 кг. Ответ запишите в граммах.

Ответ: 495

б) (1 балл) Малыш и Карлсон делили торт. Малышу досталось меньше половины. Массы съеденных кусков относились как 9:11. Найдите массу куска, съеденного Карлсоном, если весь торт весил 1,1 кг. Ответ запишите в граммах.

Ответ: 605

в) (1 балл) Малыш и Карлсон делили торт. Малышу досталось меньше половины. Массы съеденных кусков относились как 7:13. Найдите массу куска, съеденного Малышом, если весь торт весил 1,3 кг. Ответ запишите в граммах.

Ответ: 455

г) (1 балл) Малыш и Карлсон делили торт. Малышу досталось меньше половины. Массы съеденных кусков относились как 7:13. Найдите массу куска, съеденного Карлсоном, если весь торт весил 1,3 кг. Ответ запишите в граммах.

Ответ: 845

**Указания.** а), б) Весь торт состоит из 20 частей, из которых 9 съедает Малыш, а 11 съедает Карлсон.

в), г) Весь торт состоит из 20 частей, из которых 7 съедает Малыш, а 13 съедает Карлсон.

**Задача 4. а) (1 балл)** Вася решил раздать четырём друзьям 50 конфет. Никите он дал на две конфеты больше, чем Кириллу, Борису на одну больше, чем Никите, а Славе — на две больше, чем Борису. Сколько конфет достанется Славе?

Ответ: 15

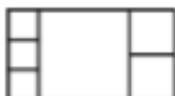
б) (1 балл) Вася решил раздать четырём друзьям 55 конфет. Кириллу он дал на одну меньше, чем Борису, Славе – на шесть меньше, чем Кириллу, а Никите – на десять больше, чем Славе. Сколько конфет достанется Никите?

Ответ: 18

в) (1 балл) Вася решил раздать четырём друзьям 42 конфеты. Никите он дал на пять больше, чем Славе, Борису – на четыре меньше, чем Никите, а Кириллу - на одну меньше, чем Борису. Сколько конфет достанется Кириллу?

Ответ: 9

**Задача 5. (1 балл)** Найдите площадь прямоугольника (см. рис.), составленного из квадратов, если его периметр равен 34 см.



Ответ: 66.

**Решение.** Пусть сторона самого маленького квадрата равна  $2a$ , тогда сторона самого большого будет равна  $6a$ , а среднего  $6a:2 = 3a$ . Периметр прямоугольника состоит из пяти сторон маленького квадрата, двух сторон большого квадрата и четырех сторон среднего квадрата. Составим уравнение:  $5 \cdot 2a + 2 \cdot 6a + 4 \cdot 3a = 34$ ; откуда  $a = 1$ . Стороны прямоугольника соответственно равны  $6a = 6$  и  $2a + 6a + 3a = 11a = 11$ . Площадь прямоугольника равна  $6 \cdot 11 = 66$ .

**Задача 6. а) (1 балл)** Оля купила 30 мелков. Каждый день она рисовала какими-то тремя из них. Если она брала мелок пятый раз, то она его выкидывала. В итоге все мелки были выкинуты. За сколько дней?

Ответ: 50

б) (1 балл) Галя купила 20 мелков. Каждый день она рисовала какими-то четырьмя из них. Если она брала мелок пятый раз, то она его выкидывала. В итоге все мелки были выкинуты. За сколько дней?

Ответ: 25

**Решения.** а) 1)  $30 \cdot 5 = 150$  раз можно использовать все мелки; 2)  $150:3 = 50$  дней – за один день 3 использования мелков, следовательно, 150 использований хватит на 50 дней.

б) 1)  $20 \cdot 5 = 100$  раз можно использовать все мелки; 2)  $100:4 = 25$  дней – за один день мы используем 4 мелка, значит 100 использований хватит на 25 дней.

**Задача 7. а) (1 балл)** Изготовление блокнотов в типографии «Люкс» стоит 68 рублей за штуку, а доставка - 190 рублей. А в типографии «Некст» блокноты изготавливают по 55 рублей за штуку, доставка стоит 490 рублей. При каком наименьшем количестве блокнотов выгоднее делать заказ (с доставкой) в типографии «Некст»?

Ответ: 24.

б) (1 балл) Изготовление блокнотов в типографии «Люкс» стоит 96 рублей. за штуку, а доставка - 290 рублей. А в типографии «Некст» блокноты изготавливают по 88 рублей. за штуку, доставка стоит 390 рублей. При каком наименьшем количестве блокнотов выгоднее делать заказ (с доставкой) в типографии «Некст»?

Ответ: 13

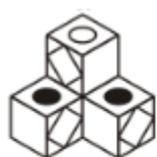
**Задача 8. а) (2 балла)** В январе за горячую воду Петя заплатил 800 рублей. В феврале цена за литр увеличилась на 20%, а литров Петя потратил меньше на 30%. Сколько рублей заплатил Петя за февраль?

**Ответ:** 672

**б) (2 балла)** В январе за горячую воду Петя заплатил 900 рублей. В феврале цена за литр увеличилась на 30%, а литров Петя потратил меньше на 40%. Сколько рублей заплатил Петя за февраль?

**Ответ:** 702

**Задача 9. (2 балла)** Какие пирамидки, составленные из 4 одинаковых кубиков (см. развертку), нельзя сложить, приклеивая кубики одинаковыми гранями? В ответ запишите все варианты.



**А**



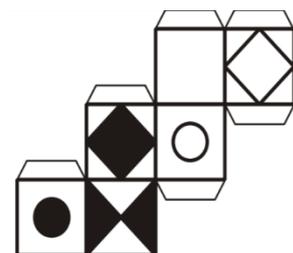
**Б**



**В**



**Г**



**Ответ:** В

**Задача 10. а) (2 балла)** Найдите наибольшее десятизначное число, состоящее из различных цифр, такое, что соседние цифры имеют разную четность и отличаются больше, чем на 1.

**Ответ:** 9638147250.

**б) (2 балла)** Найдите наименьшее десятизначное число, состоящее из различных цифр, такое, что соседние цифры имеют разную четность и отличаются больше, чем на 1.

**Ответ:** 1470369258.

**Указание.** Расставлять цифры, согласно условию. 0, 1, 2 – не должны стоять рядом.

**Задача 11 (2 балла)** На полянке собрались божьи коровки. Если у божьей коровки на спине 6 точек, то она всегда говорит правду, а если 4 точки - то она всегда лжет, а других божьих коровок на полянке не было.

Первая божья коровка сказала: «У нас у каждой одинаковое количество точек на спине».

Вторая сказала: «У всех вместе на спинах 30 точек».

«Нет, у всех вместе 26 точек на спинах», - возразила третья.

«Из этих троих ровно одна сказала правду», - заявила каждая из остальных божьих коровок.

Сколько всего божьих коровок собралось на полянке?

**Ответ:** 5

**Решение.** Первая божья коровка всегда лжет, т.к. если бы у всех было поровну точек, то все одновременно говорили бы правду или ложь. Если все говорят правду, то 2 и 3 божьи коровки противоречат друг другу. Если все лгут, то первая не может так сказать про себя.

Вторая и третья могут одновременно лгать, но тогда будут лгать и все остальные (4, 5 и тд), тогда получится, что первая сказала правду, но такого быть не может.

Остается вариант, что кто-то из 2 или 3 сказали правду, а кто-то из них солгал.

Пусть правду сказала вторая, тогда: у первой – 4 точки, у второй – 6 точек, у третьей – 4. У всех остальных по 6 точек, тк их утверждение верно.  $30 = 14 + 6x$ , получаем не целое  $x$ .

Противоречие.

Пусть правду сказала третья, тогда: у первой и второй по 4 точки, у третьей и всех остальных по 6 точек.  $14 + 6x = 26$ .  $x = 2$ . Значит, божьих коровок было всего 5.

**Задача 12. а) (2 балла)** Сколькими способами можно заменить буквы в слове МАТЕМАТИКА цифрами от 0 до 5 так, чтобы выполнялись неравенства  $M > A < T < E > M > A < T > И > K > A$ ? Одинаковые буквы – одинаковые цифры, разные буквы – разные цифры.

**Ответ:** 4.

**б) (2 балла)** Сколькими способами можно заменить буквы в слове МАТЕМАТИКА цифрами от 0 до 5 так, чтобы выполнялись неравенства  $M < A < T < E > M < A < T < И < K > A$ ? Одинаковые буквы – одинаковые цифры, разные буквы – разные цифры.

**Ответ:** 3.

**в) (2 балла)** Сколькими способами можно заменить буквы в слове МАТЕМАТИКА цифрами от 0 до 5 так, чтобы выполнялись неравенства  $M < A < T < E > M < A < T > И > K < A$ ? Одинаковые буквы – одинаковые цифры, разные буквы – разные цифры.

**Ответ:** 5.

**г) (2 балла)** Сколькими способами можно заменить буквы в слове МАТЕМАТИКА цифрами от 0 до 5 так, чтобы выполнялись неравенства  $M > A < T < E < M > A < T > И > K < A$ ? Одинаковые буквы – одинаковые цифры, разные буквы – разные цифры.

**Ответ:** 2.

**Указания.** а)  $E > M > T > И > K > A$ ,  $E > T > M > И > K > A$ ,  $E > T > И > M > K > A$ ,  $E > T > И > K > M > A$

б)  $M < A < T < И < K < E$ ,  $M < A < T < И < E < K$ ,  $M < A < T < E < И < K$ ,

в)  $K < И < M < A < T < E$ ,  $K < M < И < A < T < E$ ,  $K < M < A < И < T < E$ ,  $M < K < И < A < T < E$ ,  $M < K < A < И < T < E$ .

г)  $K < И < A < T < E < M$ ,  $K < A < И < T < E < M$